Fecha de aprobación:
4 de mayo de 2010

Departamento de Ciencias Básicas

PROGRAMA ANALÍTICO

Nivel Licenciatura			Unidad de enseñanza-aprendizaje	
Clave 111217			Introducción al Álgebra Lineal	
4.5	Horas teoría	Horas práctica	Seriación 111213	Créditos 9

Licenciatura en Ingeniería...	Ambiental	Civil	En Computación	Eléctrica	Electrónca	Física	Industrial	Mecánica	Metalúrgica	Química
OBLIGATORIA										
Tronco General										
Tronco Básico Profesional			X							
Área de Concentración										
OPTATIVA										
General	X	X			X	X			X	X
de Área de Concentración										
Otros										
TRIMESTRE										
Observaciones										

OBJETIVO[1] (S) :

1. Introducir los conceptos básicos del algebra lineal.
2. El alumno domine conceptos y técnicas de transformaciones lineales y el lenguaje del algebra lineal para su aplicación a problemas de ingeniería.

CONTENIDO SINTÉTICO:

Temas:

1. Espacios vectoriales.
2. Subespacios.
3. Dependencia e independencia lineal.
4. Bases.
5. Cambio de bases.
6. Transformación lineal.
7. Matrices y transformaciones lineales.
8. Valores y vectores propios.
9. Formas cuadráticas.
10. Aplicaciones.

[1] Al final del curso el alumno será capaz de:
1. Aplicar los conceptos básicos del álgebra lineal.
2. Aplicar conceptos y técnicas de espacios vectoriales, transformaciones lineales y el lenguaje básico del álgebra lineal en la solución de problemas de ingeniería.

TEMA 1. Espacios vectoriales

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Decidir si un conjunto de vectores es un espacio vectorial. Aplicar propiedades de espacios vectoriales.

CONTENIDO:

1 Espacios vectoriales reales.

1.1 Definiciones y propiedades.
1.2 Espacio vectorial $\mathbb{R}^n$.
1.3 Espacio vectorial $\mathcal{M}_{mn}$ de matrices de orden m x n.
1.4 Espacio vectorial de funciones $f : [a,b] \to \mathbb{R}$.
1.5 Espacio vectorial de funciones $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.
1.6 Espacio vectorial $\mathbb{P}_n$ de polinomios de grado ≤ n. Espacio vectorial $\mathbb{P}$ de polinomios de grado finito.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 5.
Grossman[2],Capítulo 4.
Nicholson[3], Capitulo 5 y 6.

SESIONES:

4

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará mediante operaciones con vectores, matrices, funciones y con preguntas conceptuales.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Analiza si un conjunto V es espacio vectorial o no.
- Aplica propiedades básicas de álgebra de vectores en un espacio V, para analizar, calcular, comparar, construir e identificar expresiones algebraicas que involucran vectores.
- Construye vectores en un espacio V, sujetos a condiciones dadas.

TEMA 2. Subespacios

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Decidir si un conjunto de vectores es subespacio vectorial de un espacio V. Calcular subespacios asociados a una matriz, y combinar subespacios.

CONTENIDO:

2.1. Definición y propiedades.
2.2. Subespacios de $\mathbb{R}^2$ y de $\mathbb{R}^3$. Interpretación geométrica.
2.3. Subespacios de $\mathbb{R}^n$.
2.4. Espacios vectoriales fundamentales asociados a una matriz A de orden mxn.
2.5. Espacio nulo, espacio fila, espacio columna, espacio nulo de A^T.
2.6. El espacio $\mathcal{F}$[a,b] de funciones f: [a,b] $\rightarrow$ $\mathbb{R}$.
Subespacios asociados.
2.7. El espacio $\mathcal{D}$[a,b] de funciones diferenciables f: [a,b] $\rightarrow$ $\mathbb{R}$. Subespacios asociados.
2.8. Subespacios de $\mathcal{M}_{mxn.}$
Matrices simétricas y antisimétricas.
2.9. Subespacios del espacio vectorial de polinomios de grado arbitrario $\mathbb{P}$.
2.10. Polinomios de grado menor o igual a n: $\mathbb{P}_n$.
2.11. Construccion de espacios vectoriales.
2.12. Suma e intersección de subespacios.
2.13. Complemento ortogonal de un espacio vectorial.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 5.
Grossman[2],Capítulo 4.
Nicholson[3], Capitulo 5,6.

SESIONES:

3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre los espacios $\mathbb{R}^n$, el espacio de polinomios de grado $\leq$ n, el espacio $\mathcal{F}$[a,b] de funciones de [a,b] en $\mathbb{R}$, el espacio de matrices de orden m x n donde m, n ≤5.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Examina si un conjunto U es subespacio de un espacio vectorial.
- Construye y analiza subespacios de un espacio vectorial:
  Envolvente lineal de un conjunto de vectores.
  Suma de subespacios.
  Intersección de subespacios.
  Complemento ortogonal de un subespacio.
- Construye el espacio fila, el espacio columna, el espacio nulo de A y el espacio nulo de A^T, para una matriz A de orden m x n donde m, n ≤5.

TEMA 3. Dependencia e Independencia lineal.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Determinar si un conjunto de vectores es linealmente independiente.
Construir envolventes en un espacio vectorial.

CONTENIDO:

3.1. Definición y propiedades.
3.2. Combinaciones lineales.
3.3. Envolvente lineal de un conjunto de vectores.
3.4. Conjunto linealmente independiente. Conjunto linealmente dependiente.
3.5. Sistema de generadores de un subespacio.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 5.
Grossman[2],Capítulo 4.
Nicholson[3], Capitulo 6.

SESIONES:

3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre los espacios $\mathbb{R}^n$, espacio de polinomios de grado $\leq$ n, espacio de matrices de orden m x n donde m, n ≤ 5.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Analiza si un vector v es combinación lineal de vectores dados.
- Determina si un vector v dado pertenece o no a la envolvente lineal $L[v_1,v_2,\ldots,v_k]$.
- Determina si un conjunto H de vectores de un espacio V es linealmente independiente o no lo es.
- Determina si un espacio vectorial V es generado por un conjunto de vectores $\{ v_1,v_2,\ldots,v_n \}$.
- Determina si dos envolventes lineales L_1, L_2 son iguales o no.

TEMA 4. Bases

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Obtener bases arbitrarias y bases con restricciones para un espacio vectorial.

Calcular la dimensión de un espacio.
Obtener relaciones aritméticas involucrando dimensiones de un espacio.

CONTENIDO:

4.1. Definición y propiedades de una base de un espacio vectorial.
4.2. Bases canónicas y no canónicas de espacios vectoriales.
4.3. Bases de un subespacio vectorial.
4.4. Dimensión de un espacio.
4.5. Rango y nulidad de una matriz.
 Teorema de la dimensión.
 Teorema de consistencia.
4.6. Teorema Fundamental del Álgebra Lineal.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 5.
Grossman[2],Capítulo 4.
Nicholson[3], Capitulo 6.

SESIONES:
3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre bases en los espacios $\mathbb{R}^n$, espacio de polinomios de grado $\leq$ n, espacio de matrices de orden m x n.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Determina si un conjunto H es base de un espacio vectorial o no lo es.
- Obtiene bases para un espacio vectorial.
- Obtiene bases para un subespacio vectorial.
- Dado un conjunto H linealmente independiente, calcula una base B del espacio V, tal que H está contenido en B.
- Calcula la dimensión de un espacio vectorial.
- Calcula la dimensión de un subespacio vectorial.
- Obtiene relaciones aritméticas entre dimensiones de subespacios vectoriales.
- Obtiene una base B y calcula la dimensión de un espacio vectorial V.
- Calcula bases y dimensión de los espacios nulo, espacio fila y espacio columna de una matriz A de orden m x n, donde m, n $\leq$5.
- Determina si un subconjunto U de un espacio vectorial V, es subespacio de V y en caso dado calcula una base B y la dimensión de U.
- Calcula el rango de una matriz A de orden m x n, donde m, n $\leq$5 y obtiene las dimensiones de los espacios fundamentales asociados a la matriz A.

TEMA 5. Cambio de Bases

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Obtener la matriz de cambio de base.

CONTENIDO:

5.1. Definición y propiedades.
5.2. Vector de coordenadas de v según una base B.
5.3. Vector de coordenadas de v, según dos bases B, B'.
5.4. Matriz de cambio de base.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 6.
Grossman[2],Capítulo 4.
Nicholson[3], Capitulo 8.

SESIONES:
2

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre los espacios $\mathbb{R}^n$, espacio de polinomios de grado $\preceq$ n, espacio de matrices de orden m x n, donde m, n ≤5.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Calcula el vector de coordenadas de un vector v con respecto a una base.
- Calcula la matriz de cambio de base de la base B_1 a la base B_2.
- Calcula el vector de coordenadas de un vector v con respecto a la base B_1 y con respecto a la base B_2.

TEMA 6. Transformación lineal

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Calcular transformaciones lineales y conceptos relacionados con una transformación lineal.

CONTENIDO:

6.1. Definición y propiedades
6.2. Aplicaciones lineales de $\mathbb{R}^n$ a $\mathbb{R}^m$. Propiedades.
6.3. Aplicaciones lineales de un espacio vectorial V a un espacio vectorial W. Propiedades.
6.4. Aplicaciones lineales básicas: identidad, nula, simetría, traslación, rotación, expansión, compresión, deslizamiento cortante, proyección ortogonal
6.5. Aplicaciones y operadores lineales.
6.6. Núcleo, imagen, nulidad y rango de una aplicación lineal. Teorema de la Dimensión.
6.7. Composición de aplicaciones lineales
6.8. Transformaciones lineales inyectivas, suprayectivas, biyectivas.
6.9. Aplicaciones lineales singulares y no singulares. Isomorfismo.
6.10. Matrices ortogonales.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 8.
Grossman[2],Capítulo 5.
Nicholson[3], Capitulo 8.

SESIONES:

4

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre transformaciones lineales entre los espacios $\mathbb{R}^n$, espacio de polinomios de grado $\leq$ n, espacio de matrices de orden m x n donde m, n ≤ 5.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Determina si una función T: V $\rightarrow$ W es aplicación lineal.
- Aplicación lineal T_A, asociada a una matriz A de orden mxn, donde m, n ≤ 5.
- Construye una aplicación lineal T: V $\rightarrow$ W sujeta a condiciones dadas.
- Aplica propiedades básicas de algebra de vectores para analizar, calcular, comparar, construir e identificar expresiones algebraicas involucrando transformaciones lineales.
- Construye los espacios imagen y espacio nulo de la aplicación lineal T: V $\rightarrow$ W.
  Calcula bases para el espacio imagen y espacio nulo de la aplicación lineal T: V $\rightarrow$ W.
- Calcula la inversa de una transformación lineal no singular T: V $\rightarrow$ W.
- Calcula el rango y nulidad de una aplicación lineal T: V $\rightarrow$ W.
- Calcula la imagen bajo una aplicación T de regiones en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$ con T alguna de las aplicaciones lineales:
  Simetría con respecto a una recta L
  Rotación y traslación en el plano y el espacio.
  Expansión y contracción a lo largo del eje X, Y
  Corte a lo largo del eje X, Y

TEMA 7. Matrices y Transformaciones lineales.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Calcula la matriz de una transformación lineal T: V → W con respecto a bases canónicas.
Calcula la matriz de una transformación lineal T: V → W, con respecto a bases dadas B de V y B′ de W.

CONTENIDO:

7.1. Definición y propiedades.
7.2. Calcula la matriz M de una transformación lineal T: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$. Propiedades de la matriz M.
7.3. Calcula la matriz M de una transformación lineal T: V → W, con respecto a bases dadas B de V y B′ de W. Propiedades de la matriz M.
7.4. Calcula la matriz M de un operador lineal T: V → V, con respecto a bases dadas B y **B′** de V. Propiedades de la matriz M.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 8.
Grossman[2],Capítulo 5.
Nicholson[3], Capitulo 8.

SESIONES:
3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Calcula la matriz de una transformación lineal T: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$.
- Calcula la matriz de una transformación lineal T: V → W, con respecto a las bases B de V y B′ de W.
  Verifica la igualdad:
  $[\,T\,]_{B',B}\ [\,x\,]_B = [\,T(x)\,]_{B'}$.
- Calcula la matriz de un operador lineal no singular T: V → V con respecto a la base B de V. Verifica la igualdad
  $[\,T^{-1}\,]_B = [\,T\,]^{-1}_B$.

TEMA 8. Valores y vectores propios.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Obtener valores y vectores propios de una matriz. Decidir si una matriz es diagonalizable y en caso dado diagonaliza la matriz.

CONTENIDO:

8.1. Definición y propiedades.
8.2. Ecuación característica de una matriz.
8.3. Polinomio característico de una matriz.
8.4. Valores propios, vectores propios de matrices triangulares, de potencias de matrices.
8.5. Vectores propios e invertibilidad de una matriz.
8.6. Valores propios y vectores propios básicos de una matriz.
8.7. Espacio propio de una matriz A de orden mxn, donde m, n ≤5.
8.8. Matrices semejantes, matrices simétricas, Matriz diagonalizable,
8.9. Matriz definida positiva.

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 7.
Grossman[2],Capítulo 6.
Nicholson[3], Capitulo 3.

SESIONES:
3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales sobre valores y vectores propios de una matriz.

Decide si una matriz A es diagonalizable y en caso dado diagonaliza la matriz.

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Calcula el polinomio característico de una matriz A de orden 2x2 o 3x3.
- Calcula los valores propios y los vectores propios de una matriz A de orden 2x2 o 3x3.
- Calcula los valores y vectores propios de una transformación lineal T: $\mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^m$.
- Calcula el espacio propio de una matriz A para un valor propio dado.
- Determina si una matriz A es diagonalizable o no lo es.
- Diagonaliza una matriz simétrica de orden 2x2 o 3x3.
- Determina si dos matrices dadas son o no semejantes.
- Calcula la matriz P que diagonaliza a una matriz diagonalizable.

TEMA 9 . **Formas cuadráticas**

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Construir bases ortogonales y ortonormales aplicando el proceso de Gram-Schmidt.
Diagonaliza una forma cuadrática

CONTENIDO:

9.1. Espacios con producto interno. Definición y propiedades. Producto interno, Bases ortogonales y bases ortonormales. Proceso de Gram-Schmidt.
9.2. Formas cuadráticas en n variables. Definición y propiedades.
9.3. Matriz simétrica asociada a una forma cuadrática.
9.4. Matrices ortogonales.
9.5. Teorema de los ejes principales
9.6. Forma cuadrática definida positiva, negativa e indefinida.
9.7. Teorema de diagonalización para formas cuadráticas.
9.8. Formas cuadráticas en 3 variables. Superficies cuadráticas.
9.9. Teorema de los ejes principales en $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$

REFERENCIAS:

Anton[1], Capítulo 9,
Grossman[2],Capítulo 6,
Nicholson[3], Capitulo 7,

SESIONES:
3

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales

Indicadores de evaluación:

El alumno:

9.10. Calcula una base ortogonal y una base ortonormal a partir de una base B de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$.

- Analiza si una forma cuadrática es definida positiva, definida negativa
- Calcula las ecuaciones de traslación para llevar una forma cuadrática en 2 o 3 variables a forma normal.
- Calcula un cambio de variable que reduce una forma cuadrática en n variables a una suma o diferencia de cuadrados.
- Calcula una matriz para diagonalizar ortogonalmente a una forma cuadrática.

TEMA 10. Aplicaciones.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS:

Aplicar conceptos y técnicas de algebra lineal en problemas de Ingeniería.

CONTENIDO:

10.1. Geometría de operadores lineales sobre $\mathbb{R}^2$
10.2. Mínimos cuadrados.
10.3. Problema de aproximación: Series de Fourier.
10.4. Modelado de circuitos eléctricos y de estructuras, con ecuaciones lineales.
10.5. Modulación QAM con combinaciones lineales de señales senoidales en cuadratura.
10.6. Coordenadas homogéneas para la representación de objetos tridimensionales en una pantalla plana representando los cambios respecto a sus grados de libertad, como transformaciones lineales.
10.7. Matrices de parámetros de redes eléctricas de dos puertos.
10.8. Método simplex usado en optimización.
10.9. Cadenas de Markov aplicadas al reconocimiento de voz.
10.10. Ecuaciones diferenciales

REFERENCIAS:

Strang[4], Capitulo 8.

SESIONES:

2

OBSERVACIONES:

Evaluación:

Se realizará por medio de ejercicios prácticos y preguntas conceptuales

Indicadores de evaluación:

El alumno:

- Describe el efecto geométrico de una aplicación lineal T_A inducida por una matriz invertible sobre puntos, rectas y regiones de $\mathbb{R}^2$ y $\mathbb{R}^3$
- Aplica conceptos y proposiciones de álgebra lineal a problemas básicos en Ingeniería tales como:
  - Geometría de operadores lineales sobre $\mathbb{R}^2$
  - Problema de aproximación: Series de Fourier.
  - Modelado de circuitos eléctricos y de estructuras, con ecuaciones lineales.
  - Modulación QAM con combinaciones lineales de señales senoidales en cuadratura.
  - Coordenadas homogéneas para la representación de objetos tridimensionales en una pantalla plana representando los cambios respecto a sus grados de libertad, como transformaciones lineales.
  - Matrices de parámetros en redes eléctricas de dos puertos.
  - Método simplex usado en optimización.
  - Cadenas de Markov aplicadas al reconocimiento de voz.

MODALIDADES DE CONDUCCIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE

Técnicas expositivas, uso de métodos audiovisuales y dinámicas de grupo con participación activa del alumno en el proceso, complementadas con la realización de tareas.

Esta UEA también podrá cursarse en la modalidad SAI.

INFORMACIÓN ADICIONAL

Acorde con las políticas generales de la UAM, se debe fomentar la participación activa de los alumnos en el proceso de enseñanza-aprendizaje.

MODALIDADES DE EVALUACIÓN

Tres evaluaciones periódicas o evaluación terminal consistentes en la resolución de ejercicios.

1ª Evaluación periódica de acuerdo con los indicadores de evaluación de los temas de 1, 2 y 3. La evaluación se hará mediante el análisis, construcción de espacios y subespacios vectoriales. Determinación y propiedades de conjuntos linealmente independientes.

2ª Evaluación periódica de acuerdo con los indicadores de evaluación de los temas 4, 5, 6, 7. La evaluación se hará mediante el cálculo de bases, cálculo de la matriz de cambio de base, calculo de espacios nulo, imagen, rango y nulidad de transformaciones lineales, calculo y propiedades de matriz asociada a una transformación. Construcción de inversa de una transformación no singular.

3ª Evaluación periódica de acuerdo con los indicadores de evaluación de los temas 8, 9 y 10. La evaluación se hará mediante el cálculo de valores y vectores propios de una matriz. Criterios de diagonalización de matrices. Diagonalizacion de matrices. Formas cuadráticas, diagonalización de formas cuadráticas

El esquema de evaluación es:

Tres evaluaciones periódicas, cada una con la misma ponderación.
Si las tres evaluaciones periódicas son aprobatorias, la evaluación terminal se calcula con el promedio.
Si el alumno no acredita una de las evaluaciones periódicas, deberá aprobar esa evaluación el día de la evaluación terminal.
Si el alumno no acredita dos o más de las evaluaciones periódicas, deberá aprobar la evaluación terminal, que consta de todo el curso.

Admite evaluación de recuperación.

BIBLIOGRAFÍA NECESARIA O RECOMENDABLE

Bibliografía básica:

1. Anton, Howard, Introducción al Algebra Lineal.. 4ª. Edición. Editorial Limusa Wiley.

Al menos una vez al año el Grupo Temático de Algebra y Geometría, junto con el grupo de profesores que imparten la UEA ratificarán o modificarán la bibliografía necesaria o recomendable.

BIBLIOGRAFÍA ADICIONAL

Bibliografía complementaria:

1Grossman, Stanley I. Álgebra lineal. Editorial McGraw-Hill.
2 Nicholson, Keith. Algebra Lineal, 4ª. edición. Editorial. McGraw-Hill.
3 Kolman, Bernard, Hill, David. Álgebra lineal, 8ª. Edición Hill editorial Pearson. PrenticeHall
4Strang, Gilbert, Álgebra lineal, 4ª. edición, editorial Thompson

Este programa analítico fue elaborado por una comisión académica del Departamento de Ciencias Básicas integrada por los profesores pertenecientes al Grupo Temático de Álgebra y Geometría: Ricardo López Bautista, Georgina Pulido Rodríguez, Alejandro Ortiz Rivera, Alfonso Becerril Espinosa. Adicionalmente, el profesor del Departamento de Electrónica Nicolás Reyes Ayala tuvo una destacada participación en la elaboración de este programa.

.

Aprobado

____

Jefe de Departamento
Dr. Luis Enrique Noreña Franco